

CM – Les triangles (2)¹

Cette séquence sur les triangles s'inscrit suite à la séquence pour entrer dans la démarche « des triangles dans un quadrilatère » (les habitudes de travail nécessaires sont installées). Elle est beaucoup plus courte que la séquence triangles (1) et peut s'adresser à des CM2 qui ont déjà rencontré les triangles particuliers. La présentation est aussi moins détaillée.

La situation initiale permet de voir le triangle comme engendré par trois droites, ce qui est peu disponible pour les élèves. Ici le triangle à restaurer est équilatéral, ce qui fait qu'il n'y a aucun problème pour poser le gabarit sur le modèle et que ce n'est même pas nécessaire. Les deux autres situations visent la reconnaissance et la reproduction de triangles particuliers à partir de leurs propriétés.

Objectifs principalement visés par la séance

- Comprendre qu'un triangle peut se définir comme la surface délimitée par l'intersection de 3 droites données (première situation).
- Mettre en œuvre les propriétés (angles et longueurs des côtés) des triangles particuliers (rectangle, isocèle, équilatéral) pour reproduire une figure complexe composée de tels triangles (deuxième et troisième situations).

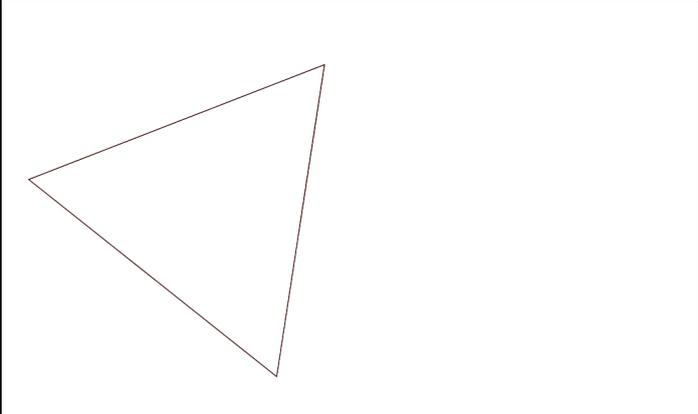
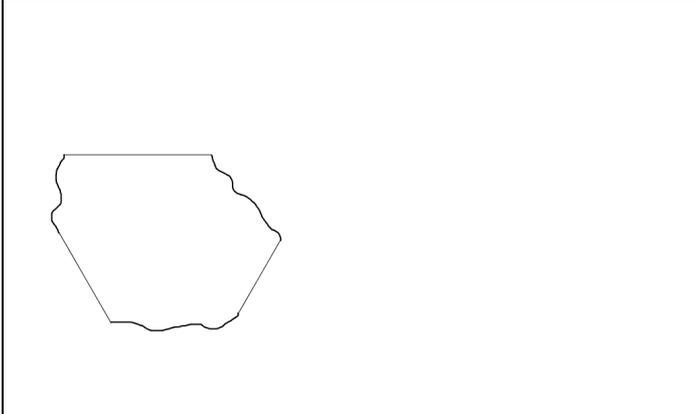
Compétence(s) (à mobiliser ou acquérir)

- Décomposer une figure complexe en figures simples.
- Savoir utiliser des gabarits (en particulier des gabarits d'angles) pour restaurer une figure à partir d'une amorce.
- Savoir reporter des longueurs.
- S'organiser dans les différentes étapes du tracé.

I) PREMIERE SITUATION

Cette situation permet d'initier le travail de la séquence. Elle vise en effet à voir le triangle comme défini par les droites supports de ses côtés. On a choisi ici un triangle équilatéral : c'est pourquoi le gabarit fourni peut se poser dans différentes positions sur le modèle (en le faisant pivoter ou en le retournant sur l'autre face). Inutile donc de distinguer les deux faces du gabarit.

Une remarque : dans la séquence « Triangle 1 », on a choisi un triangle qui a trois angles différents ; par conséquent le gabarit fourni ne peut se poser sur le modèle que d'une seule manière et sur une seule face.

Figure modèle	Gabarit
	

MATERIEL

Matériel collectif	Matériel individuel (voir fiches matériel ci-dessous)
<ul style="list-style-type: none">- la figure modèle agrandie,- le gabarit agrandi	<ul style="list-style-type: none">- la figure modèle- le gabarit

¹ D'après une idée de Lionel Denis, école Voltaire de Denain

- la règle du tableau - prévoir quelques calques de validation	- une règle non informable*
---	-----------------------------

*règle dont la fonction unique est de tracer des traits droits (on ne peut pas mesurer car elle n'est pas graduée, on ne peut pas reporter de longueur car elle est généralement plastifiée et parce que c'est "interdit".)

QUELQUES ELEMENTS POUR MENER LA SEANCE

1^{ère} phase : rappel et présentation de l'activité

Consigne → Présenter la figure-modèle agrandie au tableau et le gabarit.

« Vous devez reproduire le triangle modèle. Pour cela, vous avez le gabarit et la règle sur laquelle vous ne pouvez pas écrire. Quand vous aurez fini, vous demanderez le calque pour vérifier. »

2^{ème} phase : phase de recherche

Observation des procédures (notamment pour organiser la mise en commun)	Pistes d'étayage
<ul style="list-style-type: none"> Analyse de la figure : <ul style="list-style-type: none"> - Pas de prise d'information sur la figure-modèle, le gabarit n'est pas reconnu comme étant un « morceau » de la figure modèle. - Les sommets manquants sont tracés sans qu'aucun repère d'alignement ne soit pris. Restauration de la figure : <ul style="list-style-type: none"> Les élèves ne s'autorisent pas à prolonger suffisamment les droites pour obtenir les points d'intersection. <p>Le gabarit n'est pas bien maintenu et les tracés sont imprécis.</p>	<p>Dire aux élèves qu'ils doivent d'abord poser le gabarit sur la figure modèle. Proposer le calque de validation à placer sur le gabarit.</p> <p>Rappeler que l'on peut prolonger les droites autant que l'on veut, qu'on pourra éventuellement gommer par la suite.</p> <p>Proposer aux élèves de travailler en binômes</p>

3^{ème} phase : mise en commun (construction collective du savoir par les interactions et l'appui sur les erreurs)

Pour cette première situation, il n'y a qu'une procédure de résolution. Les erreurs seront sans doute davantage liées à la manipulation du gabarit et au prolongement insuffisant des droites.

On profitera donc de ce temps de mise en commun pour rappeler et montrer les gestes efficaces quant à l'utilisation des gabarits et de la règle.

On accompagnera l'élève au tableau pour verbaliser la procédure :

-placer le gabarit sur la figure modèle

-placer et maintenir le gabarit sur la feuille blanche pour tracer les trois morceaux de droite

-placer la règle successivement sur les trois segments obtenus et prolonger de chaque côté pour obtenir les points d'intersection.

On fera remarquer aux élèves que le tracé de la droite support est plus précis s'il est fait en une seule fois.

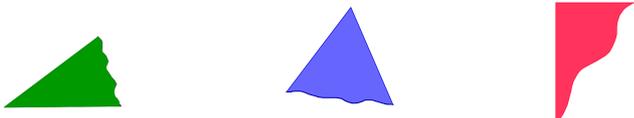
INSTITUTIONNALISATION (ce qu'on retient)

Points essentiels pour la trace écrite :

Un triangle est un polygone qui a trois côtés, trois angles et trois sommets. Il peut s'obtenir en traçant trois droites.
--

II) DEUXIEME SITUATION

Cette deuxième situation vise à reconnaître et formuler les propriétés des angles des triangles rectangles, isocèles, équilatéraux et à les utiliser pour reproduire ces triangles.

Figure modèle	Amorce	Gabarits
		



MATERIEL

Matériel collectif	Matériel individuel (voir fiches matériel ci-dessous)
<ul style="list-style-type: none"> - la figure modèle et l'amorce agrandies - les gabarits agrandis - une grande bande de papier - prévoir quelques calques de validation. 	<ul style="list-style-type: none"> - la figure modèle et l'amorce (sur la même feuille) - les gabarits (angle droit, angle du triangle équilatéral, angle à la base du triangle isocèle). - une bande de papier pour reporter des longueurs.

QUELQUES ELEMENTS POUR MENER LA SEANCE

1^{ère} phase : présentation de la figure modèle, de l'amorce et des gabarits

Présenter la figure agrandie au tableau (ou au TBI).
Laisser quelques minutes aux élèves pour l'observer et en parler.
Présenter ensuite l'amorce et les gabarits.

Consigne → « Vous devez reproduire la figure modèle. Pour vous aider, vous avez déjà un morceau de la figure. Vous ne pouvez utiliser que le matériel disponible dans l'enveloppe* ». »

* les trois gabarits d'angle (90° , 60° et 35°), une règle non informable (pour tracer) et une bande de papier (pour les éventuels reports de longueur).

2^{ème} phase : phase de recherche

Observation des procédures (notamment pour organiser la mise en commun)	Pistes d'étayage
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Analyse de la figure</u> : <p>Pas de prise d'information sur la figure-modèle, les gabarits ne sont pas reconnus comme étant des angles des figures composant la figure modèle. Les gabarits peuvent être identifiés comme les gabarits des triangles.</p> <p>Les élèves perçoivent ou non la présence du rectangle.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Restauration de la figure</u> : <p>Un seul ordre de construction des triangles est possible. Le premier triangle rectangle s'obtient à partir de l'amorce en prolongeant les deux côtés. Le deuxième triangle rectangle ne peut s'obtenir qu'en complétant le rectangle. Or les angles droits du rectangle à utiliser sont difficilement reconnaissables comme tels car ils apparaissent partagés en deux sur le modèle. Difficulté attendue : Les élèves cherchent à tracer le deuxième triangle rectangle à partir de son angle droit.</p> <p>Deux grands types de procédures sont possibles pour restaurer les autres triangles (isocèles).</p> <ul style="list-style-type: none"> . utiliser deux fois le gabarit d'angle pour tracer les droites qui supportent les deux côtés manquants et prolonger ces droites pour obtenir le point d'intersection qui donne le sommet manquant ; . utiliser le gabarit d'angle pour tracer l'une des droites qui supportent les côtés manquants, reporter la longueur de ce côté puis prolonger l'autre côté pour obtenir le dernier sommet. 	<p>Inviter les élèves à placer les gabarits sur la figure modèle et à chercher s'ils peuvent se placer sur plusieurs angles.</p> <p>Aider les élèves à identifier le rectangle sur le modèle : repérer les angles droits sur la figure modèle à l'aide du gabarit. <i>Remarque : Le triangle rectangle est un demi-rectangle (voir « Triangles (1) »)</i></p> <p>Il est intéressant d'avoir les deux cas, les procédures seront différentes et permettront de rappeler en actes les propriétés du rectangle.</p> <p>Observer les élèves afin de repérer les procédures et éventuellement les</p>

erreurs ou difficultés afin d'organiser la mise en commun.

3^{ème} phase : mise en commun (construction collective du savoir par les interactions et l'appui sur les erreurs)

Faire passer successivement les élèves au tableau en raison des erreurs qu'ils ont réalisées (angles mal restaurés, longueurs non respectées...) pour faire progressivement émerger les procédures attendues.

Faire verbaliser la procédure : pour reproduire un triangle à partir d'un côté, on a besoin d'un angle et d'un report de longueur, ou de deux angles.

INSTITUTIONNALISATION (ce qu'on retient)

Points essentiels pour la trace écrite :

La figure est composée de trois sortes de triangles :

- Le triangle qui est la moitié d'un rectangle, et qui a un angle droit est un « triangle rectangle ».
- Le triangle qui a deux angles identiques est un triangle isocèle.
- Le triangle qui a trois angles identiques est un triangle équilatéral.

4^{ème} phase : reprise individuelle de l'activité

Reproduire un triangle rectangle, un triangle isocèle et un triangle équilatéral (Pour le triangle isocèle et le triangle équilatéral, on prendra les mêmes que ceux de la phase de recherche pour réutiliser les gabarits) à partir d'un côté (un côté de l'angle droit pour le triangle rectangle, la base pour le triangle isocèle). Le triangle rectangle peut être différent.

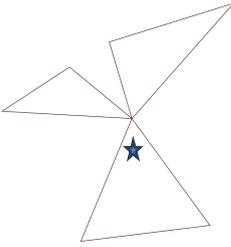
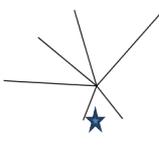
Pour le triangle rectangle, il est nécessaire de reporter la longueur de l'autre côté de l'angle droit.

Deux procédures sont attendues pour le triangle isocèle et le triangle équilatéral :

- un report d'angle et un report de longueur
- deux reports d'angles.

III) TROISIEME SITUATION

Cette situation vise dans un premier temps à reproduire des triangles à partir d'un angle et de deux reports de longueurs. Le fait qu'il s'agisse de triangles particuliers n'intervient pas dans la construction. Dans un deuxième temps, elle vise à formuler les propriétés des côtés des triangles isocèles et équilatéraux.

Figure modèle	Amorce
	
Remarque : l'étoile permet de repérer la position de l'amorce par rapport à la figure modèle.	

MATERIEL

Matériel collectif	Matériel individuel (voir fiches matériel ci-dessous)
<ul style="list-style-type: none"> - la figure modèle et l'amorce agrandies - une grande bande de papier pour reporter des longueurs. - une règle pour tracer* - prévoir quelques calques de validation 	<ul style="list-style-type: none"> - la figure modèle et l'amorce (sur la même feuille) - une bande de papier pour reporter des longueurs - une règle pour tracer*

*On peut faire le choix d'une règle en carton qui pourra servir pour les tracés et les reports de longueur.

QUELQUES ELEMENTS POUR MENER LA SEANCE

1^{ère} phase : présentation de la figure modèle et de l'amorce

Présenter la figure agrandie au tableau (ou au TBI).

Laisser quelques minutes aux élèves pour l'observer et en parler.

Présenter ensuite l'amorce.

Consigne → « Vous devez reproduire la figure modèle. Pour vous aider, vous avez déjà un morceau de la figure. Vous ne pouvez utiliser que le matériel disponible sur vos tables*. »

* une règle non informable (pour tracer) et une bande de papier (pour les éventuels reports de longueur) ou une règle en carton qui pourra servir pour les tracés et les reports de longueur.

2^{ème} phase : phase de recherche

Observation des procédures (notamment pour organiser la mise en commun)	Pistes d'étayage
<ul style="list-style-type: none"> • Analyse de la figure : Les élèves feront peut-être le lien avec la situation précédente et parleront alors des différents types de triangles. • Restauration de la figure : La procédure consiste à prolonger les droites puis à reporter les longueurs pour obtenir les sommets manquants et pouvoir tracer le dernier côté ou à prolonger les côtés de la longueur exacte après avoir fait le report de longueur sur la règle informable (si c'est ce matériel qui a été choisi à la place de la règle non informable et de la bande de papier pour les reports de longueurs). <p>Difficulté éventuelle : Les élèves prolongent les droites puis mesurent sur le modèle le 3^{ème} côté. Ils tentent alors de reporter cette longueur.</p> <p>Les élèves peuvent avoir des difficultés à repérer les côtés des différents triangles.</p> <p>Les reports de longueurs peuvent être maladroits.</p>	<p>Dire aux élèves qu'on vérifiera avec les gabarits d'angle de la situation précédente en fin de séance.</p> <p>Faire remarquer aux élèves qu'on ne peut reporter une longueur qu'à partir d'un sommet connu sur une droite qu'on a déjà.</p> <p>On peut noter un symbole différent à l'intérieur de chaque angle sur la figure modèle et sur l'amorce pour aider l'élève à se repérer.</p> <p>Proposer aux élèves de travailler en binômes.</p>

3^{ème} phase : mise en commun (construction collective du savoir par les interactions et l'appui sur les erreurs)

Faire passer successivement les élèves au tableau en raison des erreurs qu'ils ont réalisées (direction des droites prolongées, longueurs non respectées...) pour faire progressivement émerger la procédure attendue : pour reproduire un triangle à partir d'un angle, il faut prolonger les demi-droites et faire un report de longueur sur chacune d'elles.

A la fin de cette mise en commun, on redonnera aux élèves les gabarits d'angle de la séance précédente afin qu'ils puissent enrichir leurs connaissances en faisant du lien avec ce qui a été fait précédemment : reconnaître les triangles particuliers à partir de leurs angles et formuler les égalités de longueurs de côtés. La figure est composée de trois sortes de triangles :

- Le triangle rectangle qui a un angle droit*
- Le triangle isocèle qui a deux côtés de même longueur et deux angles égaux
- Le triangle équilatéral qui a trois côtés de même longueur et trois angles égaux.

**Les élèves diront sans doute qu'il a trois côtés de longueurs différentes. C'est vrai dans cette figure. On prévoira de donner rapidement aux élèves des exercices dans lesquels ils rencontreront le triangle rectangle isocèle (moitié de carré), par exemple la situation 4 de Triangles (1).*

INSTITUTIONNALISATION (ce qu'on retient)

Points essentiels pour la trace écrite :

<p>Le triangle rectangle a un angle droit. Le triangle isocèle a deux côtés de même longueur et deux angles égaux. Le triangle équilatéral a trois côtés de même longueur et trois angles égaux.</p>
--

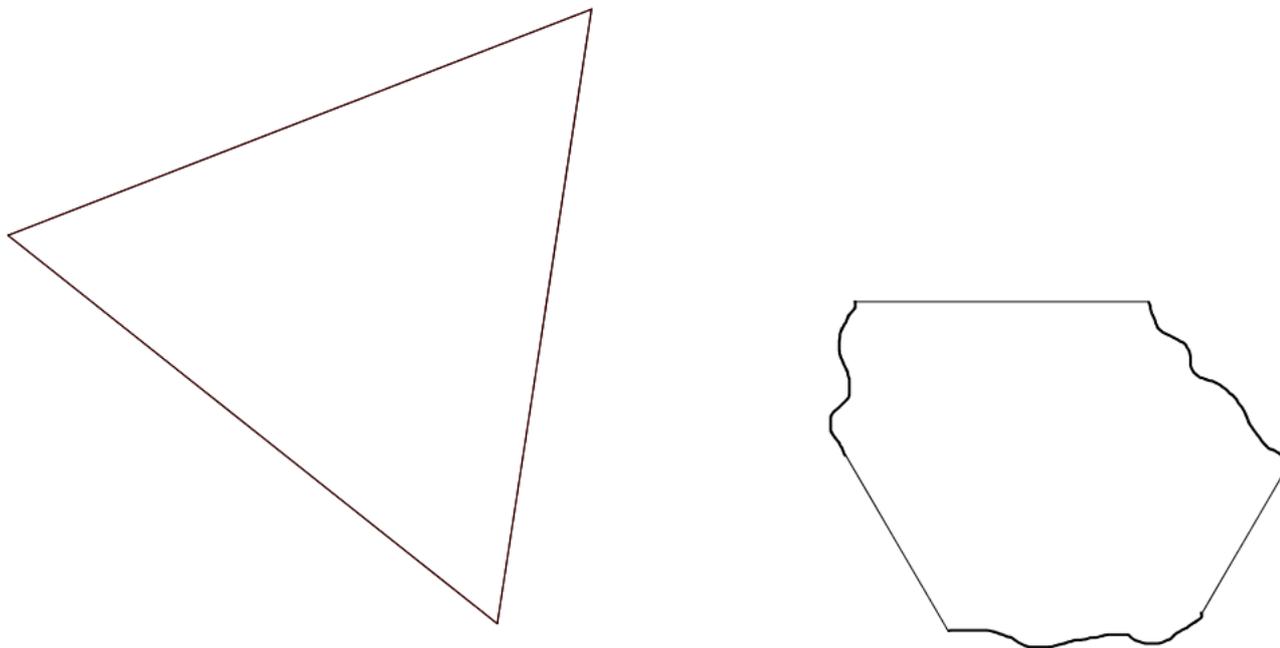
4ème phase : reprise individuelle de l'activité

Reproduire un triangle rectangle, un triangle isocèle et un triangle équilatéral à l'aide d'un gabarit d'angle et du report de deux longueurs. Pour les triangles isocèle et équilatéral, on prendra des triangles semblables (mêmes angles mais longueurs de côtés différentes) à ceux de la phase de recherche pour réutiliser les gabarits. Le triangle rectangle peut être très différent.

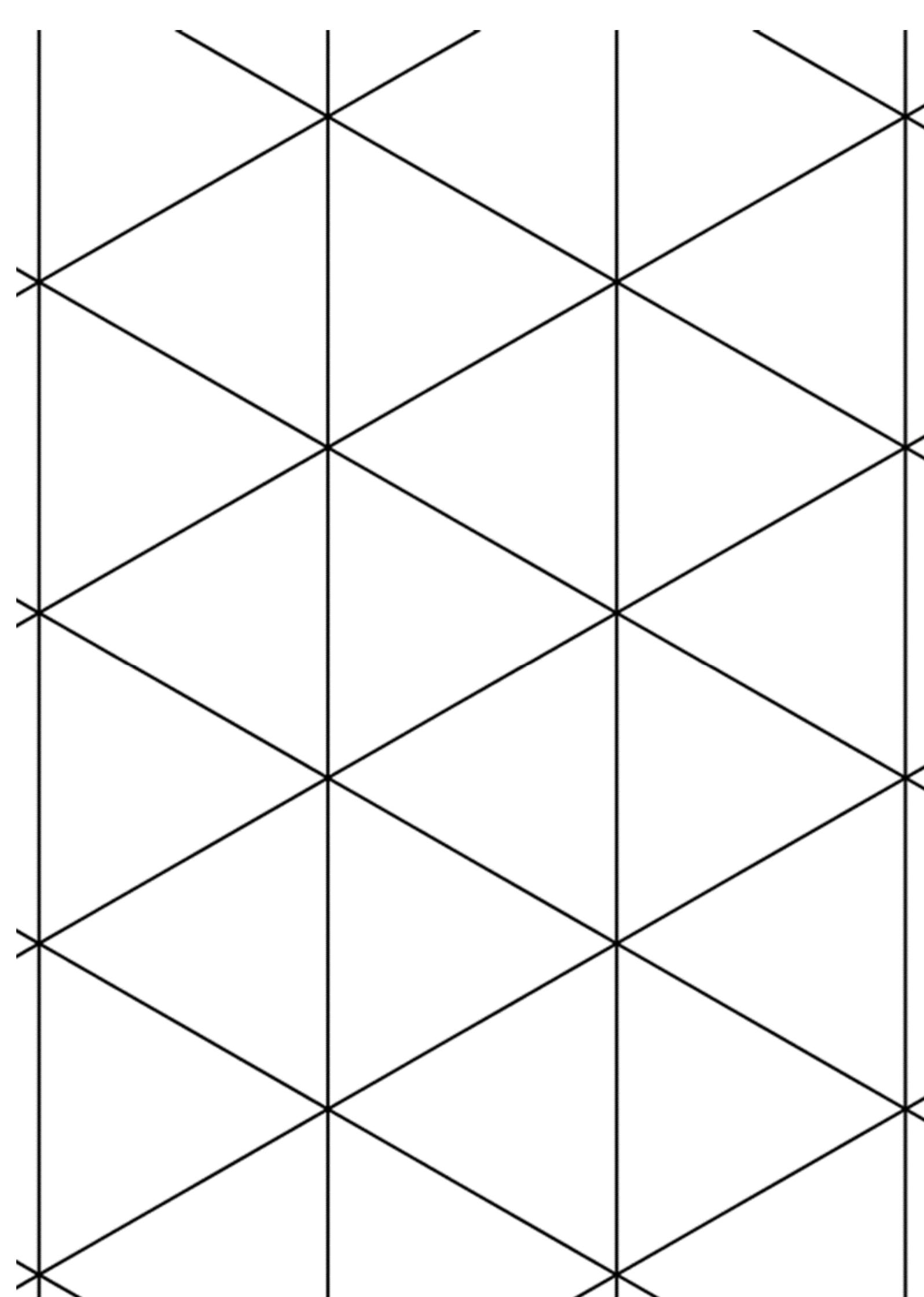
Procédure attendue : tracer un angle et reporter deux longueurs sur les demi-droites issues de l'angle tracé.

Prolongements : On peut aussi ne pas fournir de gabarit et donner comme amorce un angle. Le triangle peut alors ne pas être semblable à celui de la phase de recherche.

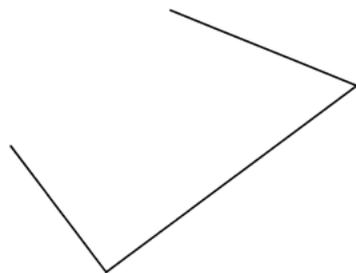
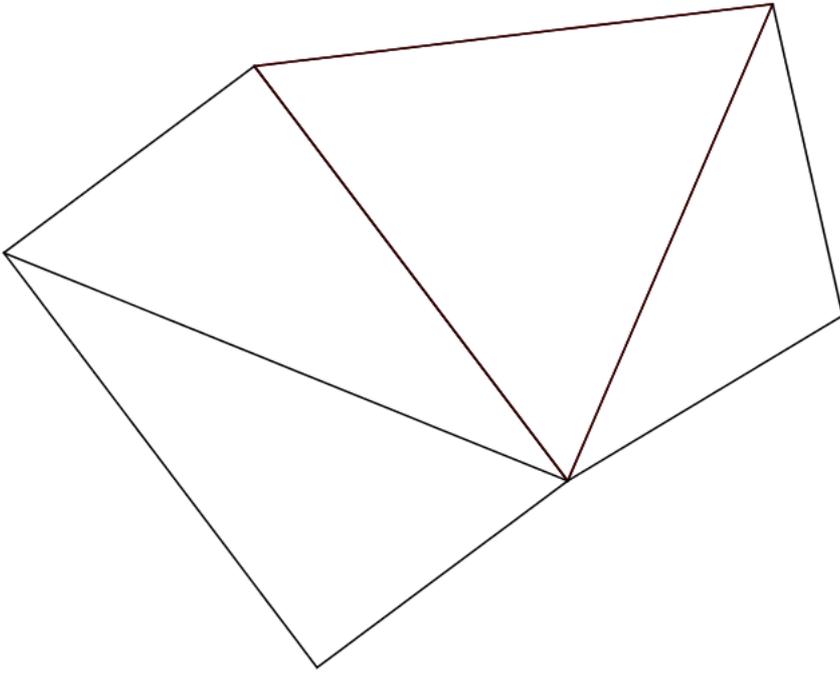
Première situation : figure modèle et modèle pour le gabarit déchiré



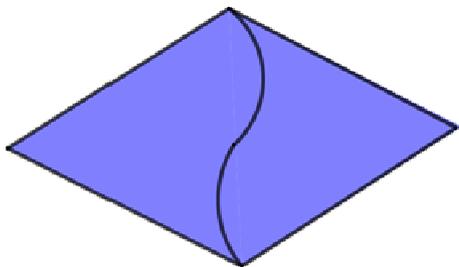
On trouvera page suivante une planche de triangles équilatéraux dont il suffira de déchirer les coins après découpage pour fabriquer les gabarits déchirés de manière plus économique. Attention, si l'on utilise ces planches, il faut veiller à ce que le triangle équilatéral fourni aux élèves comme modèle soit à la même taille que celui des planches.



Deuxième situation: figure modèle et amorce



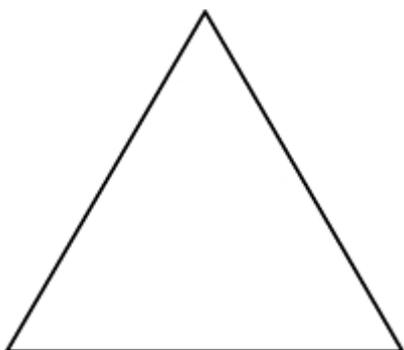
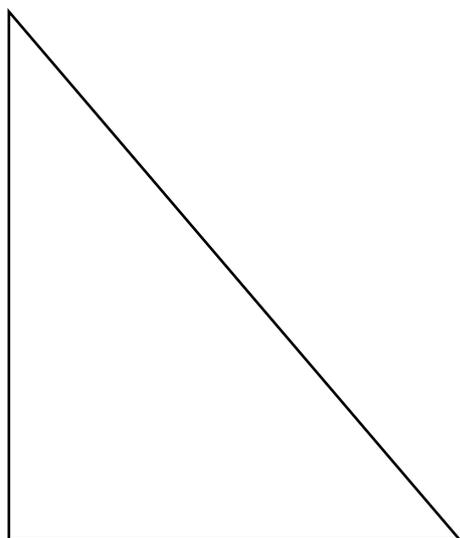
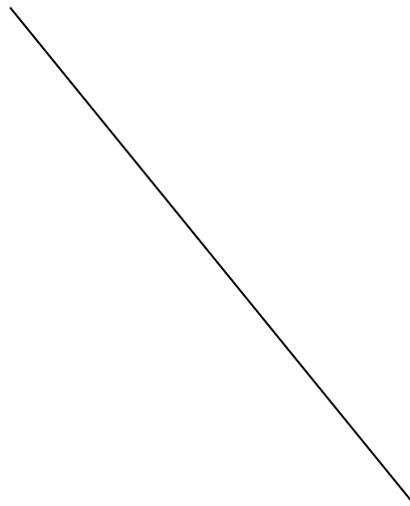
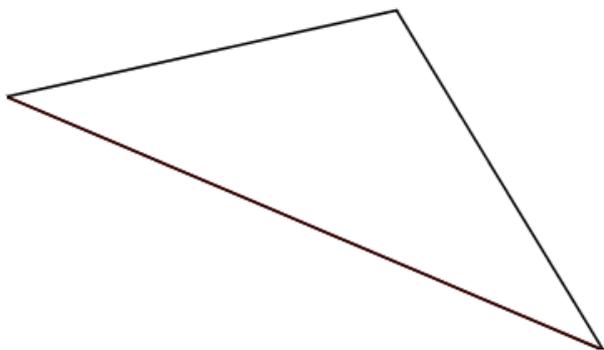
Pour découper les gabarits d'angles, on peut procéder par planches de quadrillages rectangles ou losanges puis partager chaque rectangle ou losange en deux par un découpage arrondi irrégulier autour de la diagonale comme dans l'exemple :



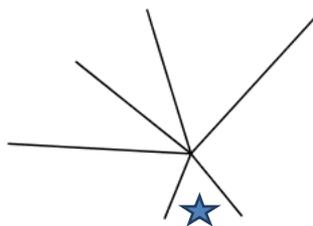
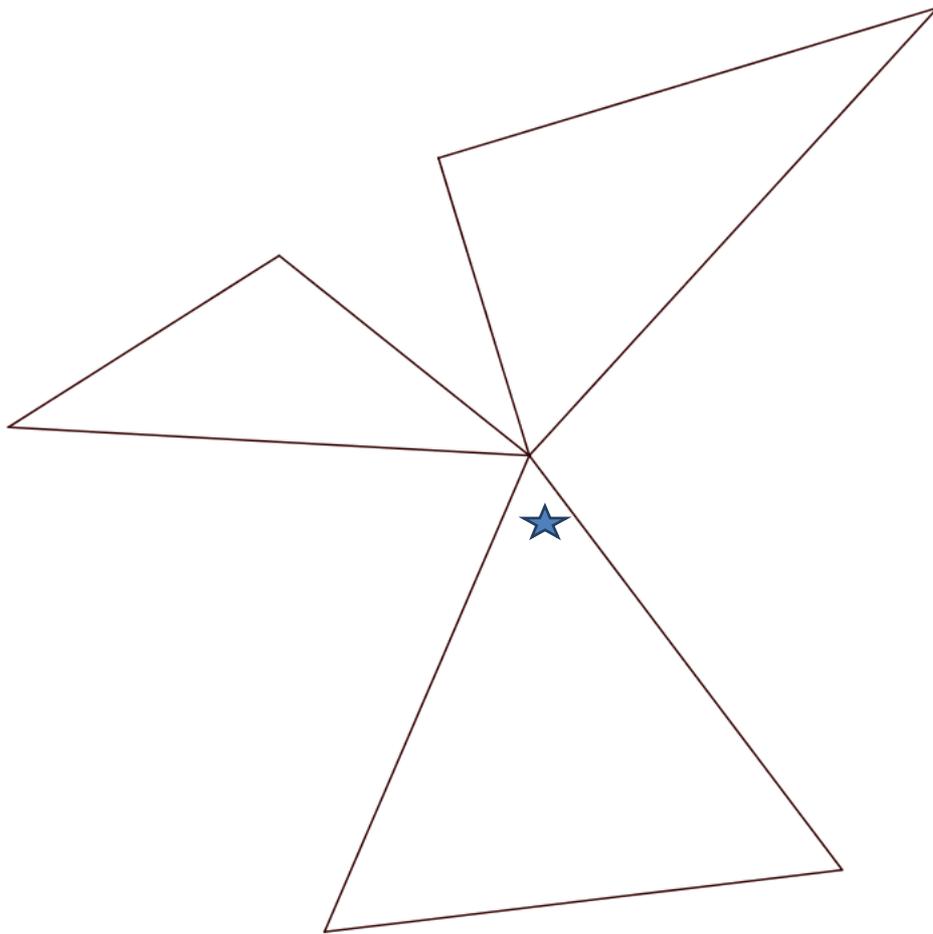
On trouvera ces planches dans les trois dernières pages de ce document : une planche de rectangles pour l'angle droit, une planche de losanges avec des angles de 60° , une planche de losanges avec des angles de 35° .

Deuxième situation, 4^{ème} phase

Reproduis chaque triangle à l'aide du matériel à ta disposition : *une règle pour tracer, une bande de papier pour reporter les longueurs, les gabarits d'angle (les mêmes que ceux de la phase de recherche)*



Troisième situation : figure modèle et amorce



Troisième situation, 4^{ème} phase

Reproduis chaque triangle à l'aide du matériel à ta disposition : *une règle pour tracer, une bande de papier pour reporter les longueurs, les gabarits d'angle (les mêmes que ceux de la phase de recherche)*

